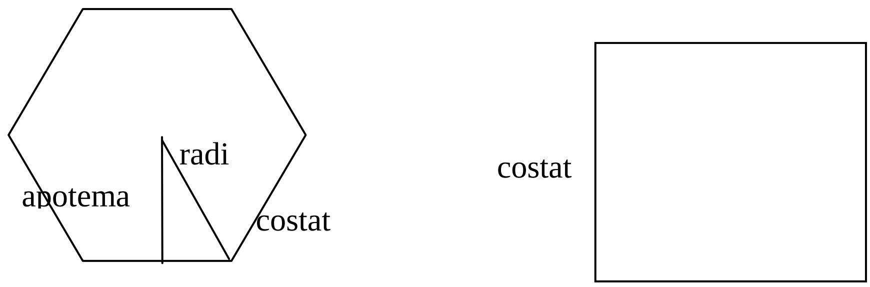
Les geometries de l’hexàgon i del quadrat comparades



L’àrea d’un hexàgon com el de la figura es el producte del perímetre per l’apotema i dividit tot per dos. Com que el perímetre és sis vegades el costat (c) i designem l’apotema per la lletra a, l’àrea és:

$$\grave{a}rea = \frac{6ca}{2} = 3ca$$

En l’hexàgon, el radi i el costat tenen la mateixa longitud. Això és així perquè un hexàgon el podem muntar a partir de sis triangles equilàters, fàcilment visibles. El triangle format per la meitat d’un costat, l’apotema i el radi és un triangle rectangle i, per tant, compleix el Teorema de Pitàgores: la suma dels quadrats de l’apotema i de la meitat del costat és igual al quadrat del radi. Expressat algebraicament:

$$\frac{c^2}{2^2} + a^2 = c^2$$

Ordenant termes i aïllant,

$$a = \frac{c\sqrt{3}}{2}$$

I, si substituïm a l’equació de l’àrea,

$$\grave{a}rea = \frac{3c^2\sqrt{3}}{2}$$

Per al quadrat, l’expressió de l’àrea és molt més simple:

$$\grave{a}rea = c^2$$

Allò que interessa és, però, la relació entre el perímetre i la superfície tancada. És a dir, quants metres ha de construir una vespa per tancar una superfície d' 1 m^2. Això equival a dividir el perímetre per l'àrea. Per a l'hexàgon:

$$\frac{per\acute{i}metre}{\grave{a}rea} = \frac{6c}{\frac{3c^2\sqrt{3}}{2}} = \frac{12c}{3c^2\sqrt{3}} = \frac{4}{c\sqrt{3}}$$

Per al quadrat, la mateixa expressió és

$$\frac{per\acute{i}metre}{\grave{a}rea} = \frac{4c}{c^2} = \frac{4}{c}$$

Si ara comparem ambdues darreres expressions, trobarem que la relació entre el perímetre i l'àrea és favorable a l'hexàgon, exactament $\sqrt{3}$ vegades més petita.